الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزرة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (06 نقط)

M نقطة من المستوي المركب (P) لاحقتها z حيث $z = x + iy$ (وحدة القياس $4\ cm$).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كما يلي:

$$F(z) = z^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right].z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

- احسب $F(i)$ ثمّ استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.
- أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a.

2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} + i$.

- حدد طبيعة التحويل T ثمّ عيّن عناصره المميزة.
- أنشئ النقط Ω، M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω هي النقطة الصامدة بالتحويل T و M_1 صورة O و M_2 صورة M_1 بالتحويل T.

3. نعرّف متتالية نقط المستوي (P) كما يلي:

$M_0 = O$ ومن أجل عدد طبيعي n فإنّ $M_{n+1} = T(M_n)$.

نسمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n = z_n - \omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω.

- احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n.
- حدد موقع النقطة M_{2008}.

التمرين الثاني (03 نقط)

k وسيط حقيقي، الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و (π)، (π') مستويان و (D) مستقيم معرفة كما يلي:

$$(\pi): x + y - 2z - 2\sqrt{6} = 0$$

$$(\pi'): 3x - y + z = 0$$

$$(D): \begin{cases} x = 3k + 1 \\ y = -k + 2 \\ z = k - 1 \end{cases}$$

عيّن في كلّ حالة مما يلي النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

أ) 1. (D) يوازي (π)؛ 2. (D) يعامد (π)؛ 3. (D) يقطع (π)؛ 4. (D) ينطبق على (π).

ب) 1. (D) يوازي (π')؛ 2. (D) يعامد (π')؛ 3. (D) يقطع (π')؛ 4. (D) ينطبق على (π').

ج) 1. (π) يقطع (π')؛ 2. (π) يوازي (π')؛ 3. (π) يعامد (π')؛ 4. (π) ينطبق على (π')

التمرين الثالث(04 نقط)

طالب في قسم نهائي علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية. فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في امتحان البكالوريا $\frac{1}{3}$ واحتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$.

1. احسب احتمال نجاحه في امتحان البكالوريا.
2. ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنّه حصل على البكالوريا ؟

التمرين الرابع (06 نقط)

المستوي منسوب على معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ متعامد ومتجانس.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $g\left(x\right)=x^2+1-\ln x$

ادرس تغيرات الدالة g. بين أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب، استنتج إشارة $g\left(x\right)$.

2.لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $f\left(x\right)=x+\frac{\ln x}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$ لدينا: $f'\left(x\right)=\frac{g\left(x\right)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، عين نهايتي f عند 0 و عند $+\infty$.

ج) بين أن المستقيم d الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ الممثل للدالة f .

عين النقطة التي يقطع عندها المستقيم d المنحنى $\left(C_f\right)$.

د) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$.

الحلّ النموذجي وسلّم التنقيط

التمرين الأول (6 نقط)

1. حساب $F(i)$ $\left(F(i)=0\right)$ واستنتاج الجذر الآخر $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .... $2\times0,5$

الكتابة على الشكل الأسي: $b=i$ ، $a=e^{\frac{2i\pi}{3}}$ .... $2\times0,5$

2. T دوران: قيس زاويته $\frac{2\pi}{3}$ ومركزه $\Omega\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$ .... $2\times0,5$

إنشاء النقط Ω، M_1، M_2 .... $2\times0,5$

3. حساب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ .... $0,75$

عبارة كلّ من Z_n و z_n بدلالة n .... $2\times0,25$

موقع النقطة M_{2008} .... $0,75$

التمرين الثاني (03 نقط)

أ) 2 و3 مع التبرير .... $2\times(2\times0,25)$

ب) 1 فقط مع التبرير .... $1\times(2\times0,25)$

ج) 1 و 3 مع التبرير .... $2\times(2\times0,25)$

التمرين الثالث (04 نقط)

G : "النجاح في البكالوريا" ؛ A : "النجاح في المواد العلمية" ؛
B : "النجاح في المواد الأدبية".
حسب المعطيات:

$P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ ؛ $P(G/A)=\frac{1}{3}$ ؛ $P(G/B)=\frac{1}{4}$ .... $4\times0,5$

1. احتمال نجاحه في البكالوريا:

$P(G)=P(G/A).P(A)+P(G/B).P(B)=\frac{7}{24}$ .... $2\times0,5$

2. حساب $P(A/G)$: $P(G\cap A)=P(G/A).P(A)=P(A/G).P(G)$ .... $0,5$

من $P(A/G)=\frac{P(G/A).P(A)}{P(G)}$ نجد: $P(A/G)=\frac{4}{7}$ .... $0,5$

التمرين الرابع (04 نقط)

لدينا $\lim_{x\to0} g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ .... $2\times0,5$

ومن أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $g'(x)=\frac{2x^2-1}{x}$ .... $0,5$

و بملاحظة أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$ و هو

عدد موجب ينتج جدول التغيرات التالي:... $2\times0,5$

x		$\sqrt{2}/2$		$+\infty$
$g'(x)$		0		
$g(x)$	↘	$g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	↗	$+\infty$

2. أ) $f'(x)=1+\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{x^2+1-\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$ .... $2\times0,5$

ب) نلاحظ من الكتابة الأخيرة لعبارة $f'(x)$ أنها موجبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ وهذا يعني أن f متزايدة تماما على هذا المجال.

$\lim_{x\to0} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... $0,5+0,5$

x		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

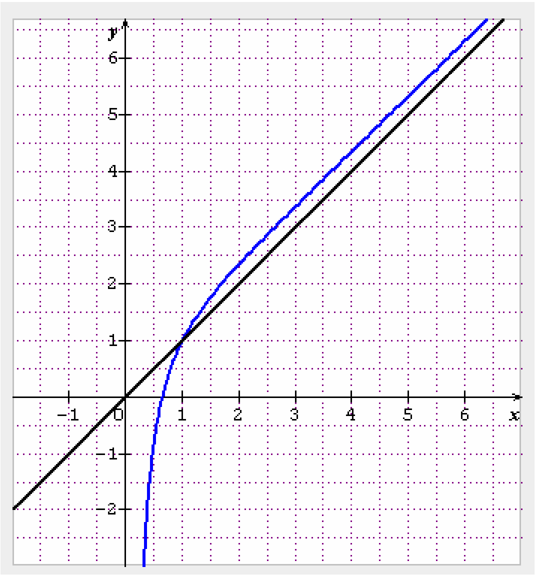
$0,5$........

ج) المستقيم d الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى C الممثل للدالة f لأن :

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ .... $0,5$

فاصلة نقطة تقاطع d مع المنحنى C هي حل المعادلة $f(x)=x$

وهذا يعني $\frac{\ln x}{x}=0$ أي $x=1$ .... $0,5$



1........................